

# デジタル信号処理 —資料—

## 1 目的

本実験では、デジタル信号処理，特にデジタルフィルタの原理を理解すると共に、デジタルフィルタの構成と設計について実験を通して理解を深める。

## 2 実験方法・装置

### 2.1 第一日

$RC$  積分回路のローパスフィルタとしての周波数-振幅特性・周波数-位相特性を評価し，同様の特性を持つフィルタをデジタル信号処理の手法を用いて作成し・評価し，比較検討を行う。

### 2.2 第二日

- カットオフ周波数 500 Hz の 1 次 IIR フィルタを設計し周波数-振幅特性を測定し，理論値と比較する。
- カットオフ周波数 500 Hz の 2 次 IIR フィルタを設計し周波数-振幅特性を測定し，理論値と比較する。
- カットオフ周波数 500 Hz の 2 次 FIR フィルタを設計し周波数-振幅特性を測定し，理論値と比較する。
- カットオフ周波数 500 Hz の 5 次 FIR フィルタを設計し周波数-振幅特性を測定し，理論値と比較する。

### 2.3 実験装置

実験装置は，

- 発振器:  (型番: )
- コンピュータ:  (型番: )
- 12 bit AD コンバータ:  
TSK(型番: T98-1612AD)

- 12 bit DA コンバータ:  
TSK(型番: T-IFPC90412DA)
- オシロスコープ:  (型番: )
- 実験板 ( $RC$  フィルタおよび切り替え端子つき)

で構成される。図 1 に実験装置のブロック図を示す。発振器より出力された信号は，実験板上の端子によって切り替えられ， $RC$  フィルタまたは AD コンバータ・DA コンバータを内蔵したコンピュータに入り，それらの出力がオシロスコープにより観察できる。コンピュータに入力された信号は AD コンバータによりデジタルデータに変換されたのち，CPU で数値処理され，DA コンバータで電圧信号に再び変換され，オシロスコープ上に表示される。

CPU での数値処理の方法はプログラムによって選べ，数値の与え方により種々のフィルタを構成することができる。

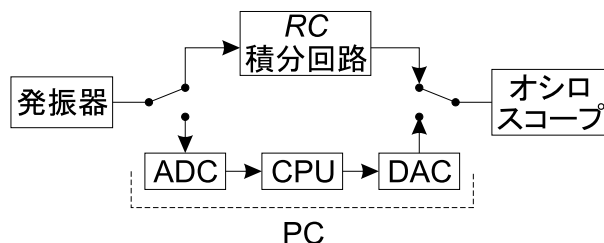


図 1: 実験装置のブロック図

## 3 第一日

### 3.1 $RC$ 積分回路

#### 3.1.1 理論値

図 2 の  $RC$  積分回路について， $R, C$  を流れる電流を  $i$  とすると，

$$\begin{aligned} u(t) &= \square + y(t) && \text{(オームの法則)} \\ i &= \square \frac{dy(t)}{dt} && \text{(コンデンサの充放電)} \end{aligned} \quad (1)$$

が成り立つから  $u(t)$  と  $y(t)$  の間に，

$$\square \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t) \quad (2)$$

がなりたつ。この回路の入力  $u(t)$  として振幅 1，角周波数  $\omega$  の余弦波

$$u(t) = \exp(j\omega t) \quad (3)$$

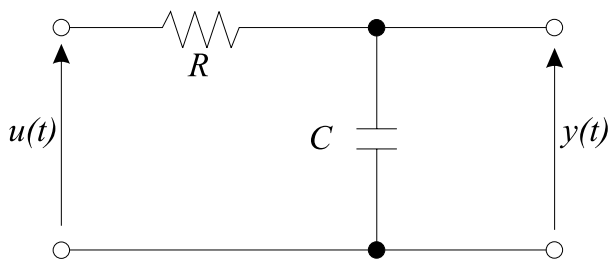


図 2: RC 積分回路

を加えたときの出力  $y(t)$  は

$$y(t) = G \exp(j\omega t) \quad (4)$$

で表すことができる。これらの  $u(t)$ ,  $y(t)$  を式 (2) に代入して、

$$\boxed{\phantom{000}} \exp(j\omega t) + G \exp(j\omega t) = \exp(j\omega t) \quad (5)$$

が得られる。このとき入力と出力の比、すなわち周波数特性は、

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{G \exp(j\omega t)}{\exp(j\omega t)} = G \quad (6)$$

で表されるから、式 (5) より  $G$  は、

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (7)$$

で表される。

周波数-振幅特性は  $|G|$  で表されるから、

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{1 + j\omega RC} \\ &= \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} \\ &= \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} (1 - j\omega RC) \end{aligned} \quad (8)$$

であることに注意すると、

$$\begin{aligned} |G| &= \sqrt{\text{Re}(G)^2 + \text{Im}(G)^2} \\ &= \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} \sqrt{1^2 + (\omega RC)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \end{aligned} \quad (9)$$

が得られる。

また周波数-位相特性は  $\arg(G)$  で表されるから、

$$\begin{aligned} \arg(G) &= \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(G)}{\text{Re}(G)} \right) \\ &= \tan^{-1} \left( \frac{-\omega RC}{1} \right) \\ &= \tan^{-1}(-\omega RC) \end{aligned} \quad (10)$$

実験に用いる RC 積分回路の抵抗・コンデンサの値は、

$$R : 680 \, \Omega \quad (11)$$

$$C : 0.47 \, \mu\text{F} \quad (12)$$

であるから、入力余弦波の周波数を  $f$  とすると、

$$\begin{aligned} |G| &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f \cdot \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} \times 10^{-6})^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \boxed{\phantom{000}} \times 10^{-6} f^2}} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \arg(G) &= \tan^{-1}(-\omega RC) \\ &= \tan^{-1}(-2\pi f \cdot \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} \times 10^{-6}) \\ &= \tan^{-1}(\boxed{\phantom{000}} f) \end{aligned} \quad (14)$$

が得られる。tan の引数はラジアンであることに注意すると、図 3(a), (b) を描くことができる。

### 3.1.2 実験値

本文図 2 の RC 積分回路のカットオフ周波数  $f_c$  は、

$$\begin{aligned} f_c &= \frac{1}{2\pi RC} \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} \times 10^{-6}} \\ &= \boxed{\phantom{000}} \end{aligned} \quad (15)$$

であり、この周波数よりも低い周波数の信号はほぼ減衰無しに通過し、これ以上の周波数の信号は 20 dB/dec、すなわち周波数が  $\boxed{\phantom{000}}$  倍になる毎に  $\boxed{\phantom{000}}$  dB の割合で減衰する。カットオフ周波数  $f_c$  ではほぼ 3 dB の減衰が見られる。

カットオフ周波数  $f_c$  よりも十分に低い周波数では、入力信号と出力信号との間に位相差はないが、周波数が上がるにつれて出力信号の位相が遅れ、カットオフ周波数  $f_c$  ではちょうど  $\pi/4$ 、すなわち  $\boxed{\phantom{000}}$  波長だけ位相が遅れ、カットオフ周波数よりも十分に高い周波数では  $\pi/2$  だけ位相が遅れる。入力信号に cos 波を入力したとすると、これよりも  $\pi/2$  だけ位相が遅れた波は sin で表される。この関係は数学的には、

$$\int \cos(t) dt = \boxed{\phantom{000}} + C \quad (16)$$

と書くことができ、「積分回路」の名前の由来になっている。

### 3.2 RCフィルタをデジタル的に実現したもの

#### 3.2.1 差分方程式

微分方程式 (2) を離散化して差分方程式にするために、

$$\frac{dy(t)}{dt} \approx \frac{y(nT) - y((n-1)T)}{T} \quad (17)$$

を式 (2) に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} RC \frac{y(nT) - y((n-1)T)}{T} + y(nT) &= u(nT) \\ RCy(nT) - RCy((n-1)T) + Ty(nT) &= Tu(nT) \\ (RC + T)y(nT) &= RCy((n-1)T) + Tu(nT) \\ y(nT) &= \frac{RC}{T + RC}y((n-1)T) + \frac{T}{T + RC}u(nT) \\ y(nT) &= \frac{RC/T}{1 + RC/T}y((n-1)T) + \frac{1}{1 + RC/T}u(nT) \end{aligned} \quad (18)$$

が得られる。ここで、

$$b_1 = -\frac{RC/T}{1 + RC/T} \quad (19)$$

$$a_0 = \frac{1}{1 + RC/T} \quad (20)$$

とおくと (負号に注意)、

$$y(nT) = -b_1y((n-1)T) + a_0u(nT) \quad (21)$$

となる。

#### 3.2.2 プログラム RC.EXE の動作

実験に用いるプログラム RC.EXE では式 (21) に示される計算を行っている。入力信号を  $u(0), u(T), \dots, u(nT), \dots$  とし、 $y(-T) = 0$  とすると、

$$\begin{aligned} y(0T) &= -b_1 \cdot y(-T) + a_0u(0T) \\ &= \boxed{\phantom{0}} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} y(1T) &= -b_1 \cdot y(0T) + a_0u(1T) \\ &= \boxed{\phantom{0}} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} y(2T) &= -b_1 \cdot y(1T) + a_0u(2T) \\ &= \boxed{\phantom{0}} \end{aligned} \quad (24)$$

として順次  $y(0), y(T), \dots, y(nT), \dots$  を求めることができる。  $a_0, b_1$  の値を目的に応じて変化させることにより、種々のフィルタ特性を実現することができる。

ここで特に、

$$a_0 = 1 \quad (25)$$

$$b_1 = 0 \quad (26)$$

とした場合を考えると

$$\begin{aligned} y(0T) &= 0 \cdot y(-T) + 1 \cdot u(0T) \\ &= \boxed{\phantom{0}} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} y(1T) &= 0 \cdot y(0T) + 1 \cdot u(1T) \\ &= \boxed{\phantom{0}} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} y(2T) &= 0 \cdot y(1T) + 1 \cdot u(2T) \\ &= \boxed{\phantom{0}} \end{aligned} \quad (29)$$

となり、入力信号がそのまま出力信号となる。

#### 3.2.3 サンプリング周波数 $f_s$ の測定

実験装置に入力された波  $\cos(\omega t)$  は、AD コンバーターでサンプリングされデジタルデータに変換される。この作業は一定周期  $T$  で行われ、次のサンプリングが行われるまでは直前の値が出力されるので、出力信号は階段状になって出力される。また現実の機器では出力されるまでにその機器固有の遅れ  $T_{\text{delay}}$  が存在するので出力波形は図 3 に示すような形になる。

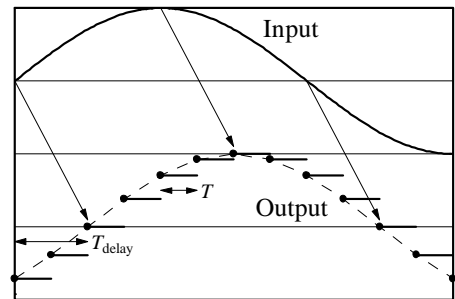


図 3: AD コンバーターへの入力信号と DA コンバーターからの出力信号

プログラム RC.EXE を起動し、

$$a_0 = 1 \quad (30)$$

$$b_1 = 0 \quad (31)$$

として測定することにより、

$$T_{\text{delay}} : \boxed{\phantom{0}} \times 10^{-3} \text{ sec} \quad (32)$$

$$T : \boxed{\phantom{0}} \times 10^{-3} \text{ sec} \quad (33)$$

$$f_s = 1/T : \boxed{\phantom{0}} \times 10^3 \text{ Hz} \quad (34)$$

であることが得られる。

標本化定理より、

$$f_s/2 : \boxed{\phantom{000}} \text{ Hz} \quad (35)$$

まではフィルタとして動作することが期待される。

### 3.2.4 パラメータの計算

パラメータ  $a_0, b_1$  は式 (20)(19) で表されるから、

$$\begin{aligned} \frac{RC}{T} &= \frac{\boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} \times 10^{-6}}{\boxed{\phantom{000}} \times 10^{-3}} \\ &= \boxed{\phantom{000}} \end{aligned} \quad (36)$$

であることに注意すると、

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{(-1) \cdot \boxed{\phantom{000}}}{1 + \boxed{\phantom{000}}} \\ &= \frac{\boxed{\phantom{000}}}{1} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{1 + \boxed{\phantom{000}}} \\ &= \boxed{\phantom{000}} \end{aligned} \quad (38)$$

が得られる。

### 3.2.5 理論値

以上で設計したフィルタの周波数特性  $H(e^{j\omega T})$  は本文式 (8) より、

$$H(e^{j\omega T}) = \frac{a_0}{1 + b_1 e^{-j\omega T}} \quad (39)$$

で表すことができる。

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega T}) &= \frac{a_0}{1 + b_1 e^{-j\omega T}} \\ &= \frac{a_0}{1 + b_1 \exp(-j\omega T)} \\ &= \frac{a_0}{1 + b_1 \cos(\omega T) - j b_1 \sin(\omega T)} \\ &= \frac{a_0}{[1 + b_1 \cos(\omega T)] - j b_1 \sin(\omega T)} \\ &= \frac{\boxed{\phantom{000}}}{\boxed{\phantom{000}}} \\ &= a_0 \cdot \frac{[1 + b_1 \cos(\omega T)] + j b_1 \sin(\omega T)}{[1 + b_1 \cos(\omega T)]^2 + b_1^2 \sin^2(\omega T)} \\ &= \frac{a_0}{[1 + b_1 \cos(\omega T)]^2 + b_1^2 \sin^2(\omega T)} \cdot \{[1 + b_1 \cos(\omega T)] + j b_1 \sin(\omega T)\} \end{aligned} \quad (40)$$

であることに注意すると、この周波数-振幅特性  $|H(e^{j\omega T})|$  および周波数-位相特性  $\arg(H(e^{j\omega T}))$  は

$$|H(e^{j\omega T})| = \frac{a_0}{[1 + b_1 \cos(\omega T)]^2 + b_1^2 \sin^2(\omega T)} \cdot \sqrt{\boxed{\phantom{000}}^2 + \boxed{\phantom{000}}^2} \quad (41)$$

$$\arg(H(e^{j\omega T})) = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{\boxed{\phantom{000}}} \quad (42)$$

で表される。 $\omega = 2\pi f$  であることに注意し、 $a_0, b_1, T$  の値を代入して計算することにより本文図 3(c),(d) の特性を得ることができる。

### 3.2.6 実験値

実験によって描いた周波数-振幅特性・周波数-位相特性と、理論計算により描いた周波数-振幅特性・周波数-位相特性を比較する。実験による周波数-位相特性のグラフを描く際、実験装置に起因する固有の遅れ  $T_{\text{delay}}$  をキャンセルするよう注意しなければならない。

周波数-振幅特性はカットオフ周波数の半分の周波数まではほぼ理論値と同様の変化をすることがわかる。周波数-位相特性は、実験の出来具合により異なるが、ほぼ 1 kHz 程度までは理論値と同様な変化をしているが、1 kHz 以上の周波数では大きく異なった値になっている。これは実験装置固有の遅れ  $T_{\text{delay}}$  と実験で得られた遅れの値がほぼ同じ大きさになり誤差が相対的に大きくなるためだと考えられる。

RC 積分回路の周波数-振幅特性・周波数-位相特性と比較すると、周波数-振幅特性はカットオフ周波数  $f_c$  の 1/4 程度まではほぼ同様の変化をしているが、 $f_c$  に近づくとつれ両者の偏差が大きくなっている。周波数-位相特性は 300 Hz 程度まではほぼ同様の変化をするが、それ以上の周波数では大きく異なった値になっており、特にカットオフ周波数  $f_c$  付近ではまったく異なったものになっている。

## 4 第二日

### 4.1 1次 IIR フィルタ

#### 4.1.1 パラメータの計算

1次 IIR フィルタは本文式 (41) より

$$y(nT) = -b_1 y((n-1)T) + a_0 u(nT) + a_1 u((n-1)T) \quad (43)$$

で表される．カットオフ周波数  $f_c = 500$  のローパスフィルタをサンプリング周期  $T$  の装置で実現するには本文式 (36), (38), (39), (40) より，

$$\alpha = \cot\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) = \frac{1}{\tan\left(\frac{2\pi f_c T}{2}\right)}$$

$$= \frac{1}{\tan\left(\frac{2\pi \cdot 500 \cdot \boxed{\phantom{000}} \times 10^{-3}}{2}\right)}$$

$$= \boxed{\phantom{000}} \quad (44)$$

$$a_0 = \frac{1}{1 + \alpha} = \boxed{\phantom{000}} \quad (45)$$

$$a_1 = \frac{1}{1 + \alpha} = \boxed{\phantom{000}} \quad (46)$$

$$b_1 = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} = \boxed{\phantom{000}} \quad (47)$$

である．ここで  $\tan$  の引数はラジアンであることに注意しなければならない．

#### 4.1.2 理論値

1次 IIR フィルタの伝達関数は，本文式 (37) より，

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1}}{1 + b_1 z^{-1}} \quad (48)$$

で表される． $z = \exp(j\omega T)$  であるから，

$$H(e^{j\omega T}) = \frac{a_0 + a_1 \exp(j\omega T)^{-1}}{1 + b_1 \exp(j\omega T)^{-1}}$$

$$= \frac{a_0 + a_1 \exp(-j\omega T)}{1 + b_1 \exp(-j\omega T)} \quad (49)$$

この式を

$$\exp(j\omega T) = \cos(\omega T) + j \sin(\omega T) \quad (50)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (51)$$

を用いて展開し，実部・虚部に分けて整理し， $|H(\exp(j\omega T))|$  を求めグラフ化することにより理論値が求められる．この計算は手計算でももちろん可能であるが，しかるべき手段（複素計算ができる関数電卓を用いる，Mathematica を用いる，Matlab を用いる FORTRAN, C 等でプログラムを組む *etc.*）をつかったほうが間違いが無く確実である．

## 4.2 2次 IIR フィルタ

### 4.2.1 パラメータの計算

2次 IIR フィルタは本文式 (50) より

$$y(nT) = -b_1 y((n-1)T) - b_2 y((n-2)T)$$

$$+ a_0 u(nT) + a_1 u((n-1)T) + a_2 u((n-2)T) \quad (52)$$

で表される．カットオフ周波数  $f_c = 500$  のローパスフィルタをサンプリング周期  $T$  の装置で実現するには本文式 (44), (45), (46), (47), (48), (49) より，

$$\alpha = \cot\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) = \frac{1}{\tan\left(\frac{2\pi f_c T}{2}\right)}$$

$$= \frac{1}{\tan\left(\frac{2\pi \cdot 500 \cdot \boxed{\phantom{000}} \times 10^{-3}}{2}\right)}$$

$$= \boxed{\phantom{000}} \quad (53)$$

$$a_0 = \frac{1}{1 + \sqrt{2}\alpha + \alpha^2}$$

$$= \frac{1}{1 + \sqrt{2} \cdot \boxed{\phantom{000}} + \boxed{\phantom{000}}^2}$$

$$= \boxed{\phantom{000}} \quad (54)$$

$$a_1 = 2a_0 = \boxed{\phantom{000}} \quad (55)$$

$$a_2 = a_0 = \boxed{\phantom{000}} \quad (56)$$

$$b_1 = (2 - 2\alpha^2)a_0$$

$$= (2 - 2 \cdot \boxed{\phantom{000}}) \cdot \boxed{\phantom{000}}$$

$$= \boxed{\phantom{000}} \quad (57)$$

$$b_2 = (1 - \sqrt{2}\alpha + \alpha^2)a_0$$

$$= (1 - \sqrt{2} \cdot \boxed{\phantom{000}} + \boxed{\phantom{000}}^2) \cdot \boxed{\phantom{000}}$$

$$= \boxed{\phantom{000}} \quad (58)$$

である．ここで  $\tan$  の引数はラジアンであることに注意しなければならない．

### 4.2.2 理論値

2次 IIR フィルタの伝達関数は，本文式 (43) より，

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \quad (59)$$

で表される． $z = \exp(j\omega T)$  であるから，

$$H(e^{j\omega T}) = \frac{a_0 + a_1 \exp(j\omega T)^{-1} + a_2 \exp(j\omega T)^{-2}}{1 + b_1 \exp(j\omega T)^{-1} + b_2 \exp(j\omega T)^{-2}}$$

$$= \frac{a_0 + a_1 \exp(-j\omega T) + a_2 \exp(-2j\omega T)}{1 + b_1 \exp(-j\omega T) + b_2 \exp(-2j\omega T)} \quad (60)$$

で与えられる．

## 4.3 2次FIRフィルタ

### 4.3.1 パラメータの計算

2次FIRフィルタは、本文式(12)を用い、 $N = 2$ として

$$\begin{aligned} y(nT) &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT)u((n-k)T) \\ &= \sum_{k=0}^1 h(kT)u((n-k)T) \\ &= h(0)u(nT) + h(T)u((n-1)T) \end{aligned} \quad (61)$$

で表される。カットオフ周波数  $f_c = 500$  のローパスフィルタをサンプリング周期  $T$  の装置で実現するには、本文式(33)より、

$$h(nT) = \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin\left(\omega_c \left(n - \frac{N-1}{2}\right) T\right)}{\omega_c \left(n - \frac{N-1}{2}\right) T} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} h(0) &= \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin\left(\omega_c \left(\square - \frac{\square-1}{2}\right) T\right)}{\omega_c \left(\square - \frac{\square-1}{2}\right) T} \\ &= \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin(\omega_c T/2)}{\omega_c T/2} \\ &= \frac{2\pi \cdot 500 \cdot \square \times 10^{-3}}{\pi} \\ &= \frac{\sin(2\pi \cdot 500 \cdot \square \times 10^{-3}/2)}{2\pi \cdot 500 \cdot \square \times 10^{-3}/2} \end{aligned} \quad (63)$$

$$\begin{aligned} h(T) &= \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin\left(\omega_c \left(\square - \frac{\square-1}{2}\right) T\right)}{\omega_c \left(\square - \frac{\square-1}{2}\right) T} \\ &= \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin(\omega_c T/2)}{\omega_c T/2} = \square \end{aligned} \quad (64)$$

### 4.3.2 理論値

2次FIRフィルタの伝達関数は、本文式(29)より、

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(kT)z^{-k} \quad (65)$$

で表される。 $N = 2$ ,  $z = \exp(j\omega T)$  に注意して展開すると、

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega T}) &= \sum_{k=0}^1 h(kT) \exp(j\omega T)^{-k} \\ &= \sum_{k=0}^1 h(kT) \exp(-jk\omega T) \\ &= h(0T) \exp(0) + h(1T) \exp(-j\omega T) \\ &= h(0T) + h(T) \exp(-j\omega T) \end{aligned} \quad (66)$$

で与えられる。

## 4.4 5次FIRフィルタ

### 4.4.1 パラメータの計算

5次FIRフィルタは、本文式(12)を用い、 $N = 5$ として

$$\begin{aligned} y(nT) &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT)u((n-k)T) \\ &= \sum_{k=0}^4 h(kT)u((n-k)T) \\ &= h(0)u(nT) \\ &\quad + h(T)u((n-1)T) \\ &\quad + h(2T)u((n-2)T) \\ &\quad + h(3T)u((n-3)T) \\ &\quad + h(4T)u((n-4)T) \end{aligned} \quad (67)$$

で表される。カットオフ周波数  $f_c = 500$  のローパスフィルタをサンプリング周期  $T$  の装置で実現するには、本文式(33)より、

$$h(nT) = \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin\left(\omega_c \left(n - \frac{N-1}{2}\right) T\right)}{\omega_c \left(n - \frac{N-1}{2}\right) T} \quad (68)$$

$$h(0) = \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin\left(\omega_c \left(\square - \frac{\square-1}{2}\right) T\right)}{\omega_c \left(\square - \frac{\square-1}{2}\right) T}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin(2\omega_c T)}{2\omega_c T} \\ &= \frac{2\pi \cdot 500 \cdot \square \times 10^{-3}}{\pi} \\ &= \frac{\sin(2 \cdot 2\pi \cdot 500 \cdot \square \times 10^{-3})}{2 \cdot 2\pi \cdot 500 \cdot \square \times 10^{-3}} \end{aligned}$$

$$= \boxed{\phantom{000000}} \quad (69)$$

$$h(T) = \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin\left(\omega_c \left(\boxed{\phantom{00}} - \frac{\boxed{\phantom{00}} - 1}{2}\right) T\right)}{\omega_c \left(\boxed{\phantom{00}} - \frac{\boxed{\phantom{00}} - 1}{2}\right) T}$$

$$= \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin(\omega_c T)}{\omega_c T}$$

$$= \frac{2\pi \cdot 500 \cdot \boxed{\phantom{00}} \times 10^{-3}}{\pi}$$

$$= \frac{\sin(2\pi \cdot 500 \cdot \boxed{\phantom{00}} \times 10^{-3})}{2\pi \cdot 500 \cdot \boxed{\phantom{00}} \times 10^{-3}}$$

$$= \boxed{\phantom{000000}} \quad (70)$$

$$h(2T) = \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin\left(\omega_c \left(\boxed{\phantom{00}} - \frac{\boxed{\phantom{00}} - 1}{2}\right) T\right)}{\omega_c \left(\boxed{\phantom{00}} - \frac{\boxed{\phantom{00}} - 1}{2}\right) T}$$

$$= \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin(0 \cdot \omega_c T)}{0 \cdot \omega_c T}$$

$$= \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$= \frac{2\pi \cdot 500 \cdot \boxed{\phantom{00}} \times 10^{-3}}{\pi} \cdot 1$$

$$= \boxed{\phantom{000000}} \quad (71)$$

$$h(3T) = \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin\left(\omega_c \left(\boxed{\phantom{00}} - \frac{\boxed{\phantom{00}} - 1}{2}\right) T\right)}{\omega_c \left(\boxed{\phantom{00}} - \frac{\boxed{\phantom{00}} - 1}{2}\right) T}$$

$$= \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin(\omega_c T)}{\omega_c T} = \boxed{\phantom{000000}} \quad (72)$$

$$h(4T) = \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin\left(\omega_c \left(\boxed{\phantom{00}} - \frac{\boxed{\phantom{00}} - 1}{2}\right) T\right)}{\omega_c \left(\boxed{\phantom{00}} - \frac{\boxed{\phantom{00}} - 1}{2}\right) T}$$

$$= \frac{\omega_c T}{\pi} \cdot \frac{\sin(2\omega_c T)}{2\omega_c T} = \boxed{\phantom{000000}} \quad (73)$$

#### 4.4.2 理論値

5次 FIR フィルタの伝達関数は、本文式 (29) より、

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) z^{-k} \quad (74)$$

で表される。  $N = 5$ ,  $z = \exp(j\omega T)$  に注意して展開すると、

$$H(e^{j\omega T}) = \sum_{k=0}^4 h(kT) \exp(j\omega T)^{-k}$$

$$= \sum_{k=0}^4 h(kT) \exp(-jk\omega T)$$

$$= h(0T) \exp(0)$$

$$+ h(1T) \exp(-j\omega T)$$

$$+ h(2T) \exp(-2j\omega T)$$

$$+ h(3T) \exp(-3j\omega T)$$

$$+ h(4T) \exp(-4j\omega T)$$

$$= h(0)$$

$$+ h(T) \exp(-j\omega T)$$

$$+ h(2T) \exp(-2j\omega T)$$

$$+ \boxed{\phantom{00}} \exp(-3j\omega T)$$

$$+ \boxed{\phantom{00}} \exp(-4j\omega T)$$

$$= \boxed{\phantom{00}} [1 + \exp(-4j\omega T)]$$

$$+ \boxed{\phantom{00}} [\exp(-j\omega T) + \exp(-3j\omega T)]$$

$$+ \boxed{\phantom{00}} \exp(-2j\omega T) \quad (75)$$

で与えられる。

#### 4.5 実験値

- それぞれ理論値と比較してどのような違いがあるか。
- 他のフィルタ (RC 積分回路, 1次 IIR フィルタ, 2次 IIR フィルタ, 2次 FIR フィルタ, 5次 FIR フィルタ) と比較してどのような特徴があるか。
- 1次 IIR フィルタと 2次 IIR フィルタを比較するとどのような違いがあるか。
- 2次 FIR フィルタと 5次 FIR フィルタを比較するとどのような違いがあるか。